

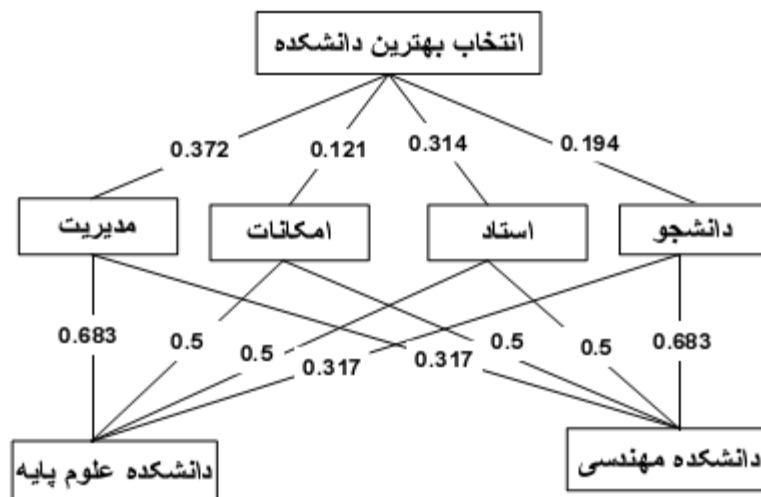


جزوه باما

دانلود جزوات، نمونه سوالات
و پروپونته‌های دانشگاهی

Jozvebama.ir





شکل ۶. نمایش وزن های نسبی بر روی سلسله مراتبی

$$\text{وزن نهایی دانشکده مهندسی} = 0.682 * 0.194 + 0.5 * 0.314 + 0.5 * 0.121 + 0.317 * 0.372 = 0.468$$

$$\text{وزن نهایی دانشکده علوم پایه} = 0.317 * 0.194 + 0.5 * 0.314 + 0.5 * 0.121 + 0.683 * 0.372 = 0.532$$

بنابراین دانشکده علوم پایه، بهترین دانشکده ی دانشگاه است .

TOPSIS فازي

تفکرات انسان همراه با عدم قطعیت است و این عدم قطعیت در تصمیم گیری تاثیر گذار است . به همین دلیل از روش های تصمیم گیری فازي استفاده می گردد. که یکی از این روش ها ، TOPSIS فازي است . در این حالت، عناصر ماتریس تصمیم گیری ، یا وزن های شاخص ها نسبت به ، و یا هر دوی آنها به صورت فازي و با اعداد فازي بیان می گردند. روش های متعددی برای TOPSIS فازي ارائه شده است . جدول ۳ [1] تاریخچه ای از این روش ها را نشان می دهد .

از آنجایی که تمام روش های مذکور با تغییر کوچکی در روش TOPSIS فازي چن و هوانگ بدست آمده اند ، در این تحقیق ، روش TOPSIS فازي چن و هوانگ ارائه شده [1] و در ادامه به اعداد فازي مثلثی نیز ، بسط داده می شود [1]

جدول ۳. مقایسه روش های TOPSIS فازی

روش ها	وزن شاخص ها	نوع اعداد فازی	روش رتبه بندی	روش نرمالیزه کردن
Chen & Hwang (1992)	Fuzzy numbers	Trapezoidal	Lee & Li 's (1988) Generalized mean method	Linear Normalize
Liang(1999)	Fuzzy numbers	Trapezoidal	Chen ' s(1985) Ranking with maximizing set and minimizing set	Manhattan distance
Chen(2000)	Fuzzy numbers	Triangular	Chen(2000) Assumes the fuzzy positive and negative ideal solutions as (1, 1, 1)& (0, 0, 0) respectively	Linear Normalize
Chu(2002)	Fuzzy numbers	Triangular	Liou & Wang 's (1992) ranking method of total integral value with=1/2	Modified Manhattan distance
Tsaure et al (2002)	Crisp Values	Triangular	Zhao & Govind 's(1991) center of area method	Vector Normalization
Zhang & Lu (2003)	Crisp Values	Triangular	Chen ' s (2000) fuzzy position and negative ideal solution : as (1, 1, 1) and (0, 0, 0)	Manhattan distance
Chu & Lin (2003)	Fuzzy numbers	Triangular	Kaufmann & Gupta 's (1998) mean of the removals method	Linear Normalize

مراحل کلی روش فازی چن و هوانگ به همراه TOPSIS کلاسیک ، به صورت زیر ارائه می گردد:

قبل از شروع الگوریتم این روش ، باید ماتریس تصمیم D که یک ماتریس $m \times n$ است و بردار وزن شاخص ها نسبت به هدف W ، به عنوان ورودی الگوریتم ، تشکیل گردد:

□ در حالت کلاسیک (قطعی):

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} x_{11} & \dots & x_{1j} & \dots & x_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{i1} & \dots & x_{ij} & \dots & x_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ x_{m1} & \dots & x_{mj} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$W = (w_1, \dots, w_j, \dots, w_n);$$

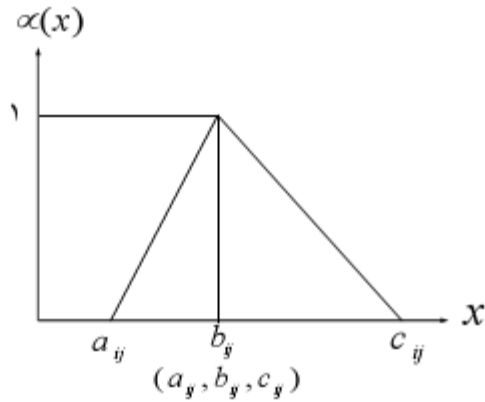
□ در حالت فازی:

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{x}_{11} & \dots & \tilde{x}_{1j} & \dots & \tilde{x}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_{i1} & \dots & \tilde{x}_{ij} & \dots & \tilde{x}_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{x}_{m1} & \dots & \tilde{x}_{mj} & \dots & \tilde{x}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

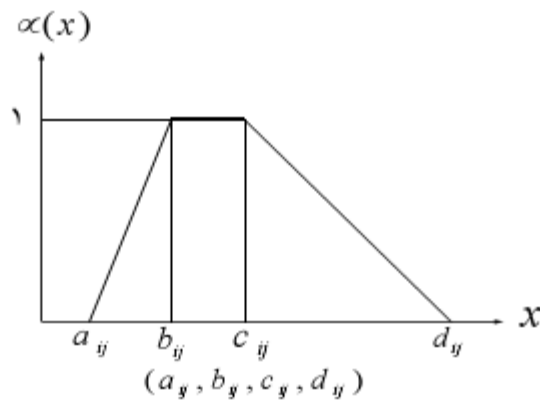
$$\begin{cases} \tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}) & \text{اگر به صورت عدد فازی مثلثی باشد} \\ \tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij}) & \text{اگر به صورت عدد فازی دوزنقه ای باشد} \end{cases}$$

$$W = (\tilde{w}_1, \dots, \tilde{w}_j, \dots, \tilde{w}_n) ; \begin{cases} \tilde{w}_j = (\alpha_j, \beta_j, \gamma_j) & \text{اگر به صورت عدد فازی مثلثی باشد} \\ \tilde{w}_j = (\alpha_j, \beta_j, \gamma_j, \delta_j) & \text{اگر به صورت عدد فازی دوزنقه ای باشد} \end{cases}$$

شکل ۸ و ۷، عدد فازی مثلثی و دوزنقه ای را نشان می دهد.



شکل ۷. عدد فازی مثلثی



شکل ۷. عدد فازی نوزنقه ای

گام ۱. نرمالیزه کردن ماتریس تصمیم. در ابتدا باید ماتریس تصمیم نرمالیزه گردد تا عناصر آن "بی مقیاس" شود. برای نرمالیزاسیون، چندین روش وجود دارد که chen&Hwang، روش نرمالیزه کردن خطی را بکار برده اند. بدین منظور باید حداکثر هر ستون X_j^+ و حداقل هر ستون X_j^- را مشخص کرده و با استفاده از روابط زیر مقادیر r_{ij} هستند، محاسبه کرد:

□ در حالت قطعی

$$\text{اگر } X_{ij} \text{ جنبه ی مثبت داشته باشد (مثل سود) آنگاه } r_{ij} = \frac{X_{ij}}{X_j^+}$$

$$\text{اگر } X_{ij} \text{ جنبه ی منفی داشته باشد (مثل هزینه) آنگاه } r_{ij} = 1 - \frac{X_{ij}}{X_j^-}$$

در صورتی که شاخص هایی با جنبه ی مثبت و جنبه ی منفی به طور مخلوط با یکدیگر در نظر گرفته شده باشند ، جنبه ی منفی را با معکوس کردن نتیجه ی آن به جنبه ی مثبت تبدیل می کنیم [2] یعنی

$$r_{ij} = \frac{x_j^-}{x_{ij}} \quad \text{در این صورت رابطه ی کلی } r_{ij} \text{ ، به صورت زیر بیان می گردد:}$$

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{x_{ij}}{x_j^+} & ; \quad \text{اگر } x_{ij} \text{ جنبه مثبت داشته باشد} \\ \frac{x_j^-}{x_{ij}} & ; \quad \text{اگر } x_{ij} \text{ جنبه منفی داشته باشد} \end{cases}$$

در این صورت ماتریس نرمالیزه شده ی ماتریس D به صورت زیر ، حاصل می شود :

$$D' = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} r_{11} & \dots & r_{1j} & \dots & r_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ r_{i1} & \dots & r_{ij} & \dots & r_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ r_{m1} & \dots & r_{mj} & \dots & r_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

□ در حالت فازی:

زمانیکه x_{ij} ها به صورت فازی هستند (عدد مثلثی : $\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$) و یا عدد دوزنقه ای :

$\tilde{x}_{ij} = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij}, d_{ij})$ ، مسلماً r_{ij} ها نیز غیر فازی هستند . اگر اعداد فازی به صورت مثلثی باشند و

$\tilde{x}_j^+ = (a_j^+, b_j^+, c_j^+)$ و $\tilde{x}_j^- = (a_j^-, b_j^-, c_j^-)$ به ترتیب بیشترین و کمترین امتیاز ها باشند آنگاه

$$\tilde{r}_{ij} = \begin{cases} \tilde{x}_{ij} / \tilde{x}_j^+ = (\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{b_{ij}}{b_j^+}, \frac{c_{ij}}{a_j^+}); & \text{اگر } \tilde{x}_{ij} \text{ جنبه مثبت داشته باشد} \\ \tilde{x}_j^- / \tilde{x}_{ij} = (\frac{a_j^-}{c_{ij}}, \frac{b_j^-}{b_{ij}}, \frac{c_j^-}{a_{ij}}); & \text{اگر } \tilde{x}_{ij} \text{ جنبه منفی داشته باشد} \end{cases}$$

اگر اعداد فازی به صورت ذوزنقه ای باشند و $\tilde{x}_j^+ = (a_j^+, b_j^+, c_j^+, d_j^+)$ و $\tilde{x}_j^- = (a_j^-, b_j^-, c_j^-, d_j^-)$ به ترتیب بیشترین و کمترین امتیازها باشند آنگاه :

$$\tilde{r}_{ij} = \begin{cases} \tilde{x}_{ij} (/)\tilde{x}_j^+ = (\frac{a_{ij}}{d_j^+}, \frac{b_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{b_j^+}, \frac{d_{ij}}{a_j^+}); & \text{اگر } \tilde{x}_{ij} \text{ جنبه مثبت داشته باشد} \\ \tilde{x}_j^- (/)\tilde{x}_{ij} = (\frac{a_j^-}{d_{ij}}, \frac{b_j^-}{c_{ij}}, \frac{c_j^-}{b_{ij}}, \frac{d_j^-}{a_{ij}}); & \text{اگر } \tilde{x}_{ij} \text{ جنبه منفی داشته باشد} \end{cases}$$

در این صورت ماتریس نرمالیزه شده ی D به D' تبدیل می شود :

$$D' = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{r}_{11} & \dots & \tilde{r}_{1j} & \dots & \tilde{r}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{r}_{i1} & \dots & \tilde{r}_{ij} & \dots & \tilde{r}_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{r}_{m1} & \dots & \tilde{r}_{mj} & \dots & \tilde{r}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

گام ۲. بدست آوردن ماتریس نرمالیزه شده ی وزن دار .

□ در حالت قطعی :

عناصر ماتریس نرمالیزه شده ی وزن دار (V_{ij}) با استفاده از رابطه ی زیر بدست می آید :

$$v_{ij} = r_{ij} \cdot w_j$$

بنابر این ماتریس نرمالیزه شده ی وزن دار که با V نشان داده می شود به صورت زیر حاصل می شود :

$$V = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} v_{11} & \dots & v_{1j} & \dots & v_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{i1} & \dots & v_{ij} & \dots & v_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ v_{m1} & \dots & v_{mj} & \dots & v_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

□ در حالت فازی :

عناصر ماتریس نرمالیزه شده ی وزن دار $(\tilde{v}_{ij})$ با استفاده از رابطه ی زیر بدست می آید :

برای اعداد فازی مثلثی :

$$\begin{cases} \tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij}(\cdot) \tilde{w}_j = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^+}, \frac{b_{ij}}{b_j^+}, \frac{c_{ij}}{a_j^+} \right) (\cdot) (\alpha_j, \beta_j, \chi_j) = \left(\frac{a_{ij}}{c_j^+} \cdot \alpha_j, \frac{b_{ij}}{b_j^+} \cdot \beta_j, \frac{c_{ij}}{a_j^+} \cdot \chi_j \right) \\ \tilde{v}_{ji} = \tilde{r}_{ji}(\cdot) \tilde{w}_j = \left(\frac{a_j^-}{a_{ij}}, \frac{b_j^-}{b_{ij}}, \frac{c_j^-}{c_{ij}} \right) (\cdot) (\alpha_j, \beta_j, \chi_j) = \left(\frac{a_j^-}{a_{ij}} \cdot \alpha_j, \frac{b_j^-}{b_{ij}} \cdot \beta_j, \frac{c_j^-}{c_{ij}} \cdot \chi_j \right) \end{cases}$$

برای اعداد فازی ذوزنقه ای :

$$\begin{cases} \tilde{v}_{ij} = \tilde{r}_{ij}(\cdot) \tilde{w}_j = \left(\frac{a_{ij}}{d_j^+}, \frac{b_{ij}}{c_j^+}, \frac{c_{ij}}{b_j^+}, \frac{d_{ij}}{a_j^+} \right) (\cdot) (\alpha_j, \beta_j, \chi_j, \delta_j) = \left(\frac{a_{ij}}{d_j^+} \cdot \alpha_j, \frac{b_{ij}}{c_j^+} \cdot \beta_j, \frac{c_{ij}}{b_j^+} \cdot \chi_j, \frac{d_{ij}}{a_j^+} \cdot \delta_j \right) \\ \tilde{v}_{ji} = \tilde{r}_{ji}(\cdot) \tilde{w}_j = \left(\frac{a_j^-}{d_{ij}}, \frac{b_j^-}{c_{ij}}, \frac{c_j^-}{b_{ij}}, \frac{d_j^-}{a_{ij}} \right) (\cdot) (\alpha_j, \beta_j, \chi_j, \delta_j) = \left(\frac{a_j^-}{d_{ij}} \cdot \alpha_j, \frac{b_j^-}{c_{ij}} \cdot \beta_j, \frac{c_j^-}{b_{ij}} \cdot \chi_j, \frac{d_j^-}{a_{ij}} \cdot \delta_j \right) \end{cases}$$

رابطه ی اول برای حالتی است که معیار j ام جنبه ی مثبت دارد و دومین رابطه برای حالتی است که معیار j ام جنبه ی منفی دارد . که نتایج این محاسبات را در ماتریس V وارد کرده و این ماتریس به صورت زیر بدست می آید :

$$V = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & \dots & x_j & \dots & x_n \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ \vdots \\ A_i \\ \vdots \\ A_m \end{matrix} & \begin{bmatrix} \tilde{v}_{11} & \dots & \tilde{v}_{1j} & \dots & \tilde{v}_{1n} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{v}_{i1} & \dots & \tilde{v}_{ij} & \dots & \tilde{v}_{in} \\ \vdots & & \vdots & & \vdots \\ \tilde{v}_{m1} & \dots & \tilde{v}_{mj} & \dots & \tilde{v}_{mn} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

گام ۳. بدست آوردن جواب ایده آل مثبت (PIS) که آن را با A^+ نشان داده و جواب ایده آل منفی (NIS) که با A^- نمایش داده می شود .

□ در حالت قطعی :

$$A^+ = [v_1^+, \dots, v_j^+, \dots, v_n^+]; \quad v_j^+ = \max_i \{v_{ij}\}$$

$$A^- = [v_1^-, \dots, v_j^-, \dots, v_n^-]; \quad v_j^- = \min_i \{v_{ij}\}$$

□ در حالت فازی :

در حالت فازی جهت مقایسه ی اعداد فازی و تعیین $\tilde{v}_j^+, \tilde{v}_j^-$ ، از فرآیند های رتبه بندی اعداد فازی استفاده می گردد . chen&Hwang از روش رتبه بندی ارائه شده توسط Lee & Li استفاده کرده اند . طبق این روش ، رتبه ی عدد فازی $\tilde{v}_{ij}$ که با $M(\tilde{v}_{ij})$ نمایش داده می شود به صورت زیر تعریف می گردد :

برای اعداد فازی مثلثی :

$$M(v_{ij}) = \frac{-a_{ij}^2 + c_{ij}^2 - a_{ij}.b_{ij} + c_{ij}.b_{ij}}{3(-a_{ij} + c_{ij})}$$

برای عدد فازی ذوزنقه ای :

$$M(v_{ij}) = \frac{-a_{ij}^2 - b_{ij}^2 + c_{ij}^2 + d_{ij}^2 - a_{ij}.b_{ij} + c_{ij}.d_{ij}}{3(-a_{ij} - b_{ij} + c_{ij} + d_{ij})}$$

پس از بدست آوردن $M(\tilde{v}_{ij})$ ها ، به ازای هر ستون j ، $\tilde{v}_{ij}$ ای را که بیشترین مقدار $M(\tilde{v}_{ij})$ است به عنوان $\tilde{v}_j^+$ ، $\tilde{v}_j^-$ ای را که کمترین مقدار $M(\tilde{v}_{ij})$ است به عنوان $\tilde{v}_j^-$ معرفی می کنیم .

گام ۴. بدست آوردن اندازه ی فاصله ی هر گزینه نسبت به ایده آل مثبت و منفی (S_i^+, S_i^-) .

□ در حالت قطعی :

برای بدست آوردن فاصله ی هر گزینه از ایده آل های مثبت و منفی ، دو روش وجود دارد : روش اقلیدسی و روش بلوکی [2]. در اینجا رابطه مربوط به روش بلوکی بیان می گردد :

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^n |v_{ij} - v_j^+| = \sum_{j=1}^n D_{ij}^+ \quad \text{فاصله گزینه } i \text{ از ایده آل مثبت}$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^n |v_{ij} - v_j^-| = \sum_{j=1}^n D_{ij}^- \quad \text{فاصله گزینه } i \text{ از ایده آل منفی}$$

□ در حالت فازی:

برای داده های فازی ، بین دو عدد فازی بر طبق تعریف Zadeh به صورت زیر محاسبه می گردد :

$$D_{ij}^+ = 1 - \sup_x \{ \min[\alpha_{v_{ij}}(x), \alpha_{v_j^+}(x)] \}$$

$$D_{ij}^- = 1 - \sup_x \{ \min[\alpha_{v_{ij}}(x), \alpha_{v_j^-}(x)] \}$$

که این رابطه برای اعداد فازی مثلثی به صورت زیر قابل تعمیم است :

چنانچه $v_j^+ = (a^+, b^+, c^+)$ و $v_j^- = (a^-, b^-, c^-)$ باشند

$$D_{ij}^+ = \begin{cases} 1 - \frac{c_{ij} - a^+}{b^+ + c_{ij} - a^+ - b_{ij}} & \text{for}(b_{ij} < b^+) \\ 1 - \frac{c^+ - a_{ij}}{b_{ij} + c^+ - a_{ij} - b^+} & \text{for}(b^+ < b_{ij}) \end{cases}$$

$$D_{ij}^- = \begin{cases} 1 - \frac{c^- - a_{ij}}{b_{ij} + c^- - a_{ij} - b^-} & \text{for}(b^- < b_{ij}) \\ 1 - \frac{c_{ij} - a^-}{b^- + c_{ij} - a^- - b_{ij}} & \text{for}(b_{ij} < b^-) \end{cases}$$

قابل ذکر است که D_{ij}^+ و D_{ij}^- ، هعداد قطعی هستند .

$$S_i^+ = \sum_{j=1}^n D_{ij}^+ \quad \text{فاصله گزینه } i \text{ ام از ایده آل مثبت}$$

$$S_i^- = \sum_{j=1}^n D_{ij}^- \quad \text{فاصله گزینه } i \text{ ام از ایده آل منفی}$$

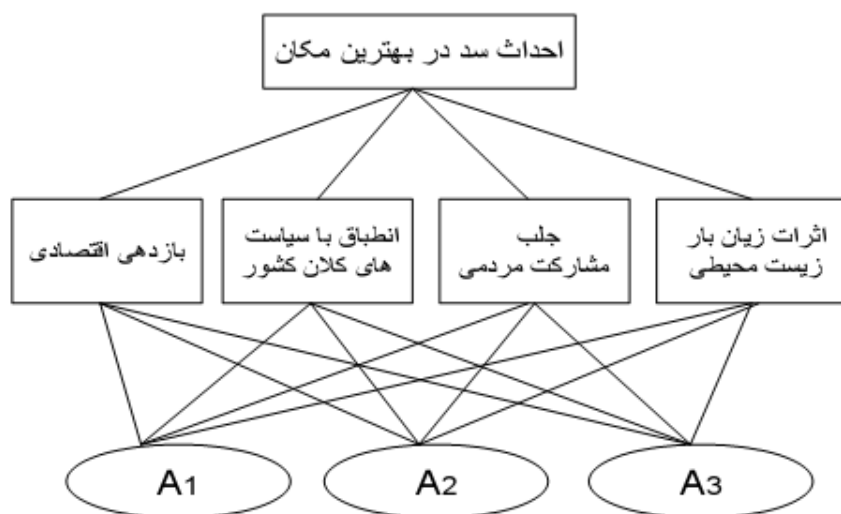
گام ۵. محاسبه ی نزدیکی نسبی هر گزینه به ایده آل ها (C_i^+). این شاخص را جهت ترکیب کردن مقادیر S_i^+ و S_i^- و در نتیجه مقایسه ی گزینه ها نسبت به هم تعریف می کنیم . که با رابطه ی زیر قابل محاسبه است :

$$C_i^+ = \frac{S_i^+}{S_i^+ + S_i^-}$$

گام ۶. رتبه بندی گزینه ها . بر اساس ترتیب نزولی C_i^+ ها، می توان گزینه ها را رتبه بندی نمود .

بررسی یک مثال عددی

سه گزینه ی مختلف برای احداث یک سد بر روی یک رود خانه پیشنهاد شده است . شخص تصمیم گیرنده می خواهد بر اساس چهار معیار بازدهی سرمایه X_1 ، انطباق با سیاست های کلان کشور X_2 ، جلب مشارکت مردمی X_3 و اثرات زیان زیست محیطی X_4 ، یکی از سه گزینه را انتخاب نماید . ساختار سلسله مراتبی این تصمیم گیری ، در شکل ۹ نمایش داده است .



شکل ۹. ساختار سلسله مراتبی انتخاب بهترین مکان برای احداث سد

ماتریس تصمیم گیری به صورت زیر ارائه شده است :

$$D = \begin{matrix} & \begin{matrix} X_1 & X_2 & X_3 & X_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{pmatrix} \text{مناسب} & \text{تاحدودی زیاد} & \text{زیاد} & \text{تاحدودی کم} \\ \text{تاحدودی زیاد} & \text{زیاد} & \text{مناسب} & \text{بسیار زیاد} \\ \text{تاحدودی کم} & \text{بسیار زیاد} & \text{کم} & \text{مناسب} \end{pmatrix} \end{matrix}$$

و همچنین شخص تصمیم گیرنده ، بردار وزن شاخص ها را به صورت زیر در نظر گرفته است :

$$W = (\tilde{w}_1 \quad \tilde{w}_2 \quad \tilde{w}_3 \quad \tilde{w}_4) = (\text{بسیار با اهمیت} \quad \text{تاحدودی با اهمیت} \quad \text{تاحدودی کم اهمیت} \quad \text{بی تفاوت})$$

برای تشکیل ماتریس تصمیم گیری فازی و بردار وزن فازی جداول مختلفی وجود دارد که یک نمونه از آن ها ، جدول های ۵ و ۴ هستند .

جدول ۵. درجه اهمیت شاخص ها

بسیار کم اهمیت	(۰.۱ و ۰.۰)
کم اهمیت	(۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
تا حدودی کم اهمیت	(۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
بی تفاوت	(۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
تا حدودی با اهمیت	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
با اهمیت	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
بسیار با اهمیت	(۰.۹ و ۰.۱ و ۰.۰)

جدول ۴. امتیازدهی به گزینه ها

بسیار کم	(۰.۱ و ۰.۰)
کم	(۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
تا حدودی کم	(۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
مناسب	(۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
تا حدودی زیاد	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
زیاد	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)
بسیار زیاد	(۰.۹ و ۰.۱ و ۰.۰)

بنابراین با استفاده از این دو جدول ، اعداد فازی را در ماتریس تصمیم گیری و بردار وزن قرار داده و مراحل الگوریتم TOPSIS فازی را انجام می دهیم :

$$D = \begin{matrix} & x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (1,3,5) & (7,9,10) & (5,7,9) & (3,5,7) \\ (9,10,10) & (3,5,7) & (7,9,10) & (5,7,9) \\ (3,5,7) & (0,1,3) & (9,10,10) & (1,3,5) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$W = ((\tilde{w}_1, \tilde{w}_2, \tilde{w}_3, \tilde{w}_4)) = ((0.9, 1, 1) \quad (0.5, 0.7, 0.9) \quad (0.1, 0.3, 0.5) \quad (0.3, 0.5, 0.7))$$

گام ۱. نرمالیزه کردن ماتریس تصمیم .

	J=1	J=2	J=3	J=4
$\tilde{x}_j^+$	(۰.۱ و ۰.۰ و ۰.۹)	(۰.۱ و ۰.۹ و ۰.۷)	(۰.۱ و ۰.۹ و ۰.۹)	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵)
$\tilde{x}_j^-$	(۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱)	(۰.۳ و ۰.۱ و ۰.۰)	(۰.۹ و ۰.۷ و ۰.۵)	(۰.۵ و ۰.۳ و ۰.۱)

X_1, X_2, X_3 معیارهایی هستند که جنبه ی مثبت دارند ، بنابر این r_{i1}, r_{i2}, r_{i3} را از رابطه ی $\tilde{x}_{ij}^+ (/)\tilde{x}_j^+$ محاسبه می کنیم ($\tilde{x}_1^+, \tilde{x}_2^+, \tilde{x}_3^+$ در جدول بالا در خانه های توسی رنگ نشان داده شده اند). X_4 معیاری است که دارای جنبه ی منفی است ، بنابر این r_{i4} را از رابطه ی $\tilde{x}_{ij}^- (/)\tilde{x}_j^-$ محاسبه می کنیم ($\tilde{x}_4^-$ در جدول بالا در خانه زرد رنگ نشان داده شده است). محاسبه چند نمونه از این درایه ها در زیر آمده است :

$$\tilde{r}_{11} = \tilde{x}_{11} (/)\tilde{x}_1^+ = (\frac{1}{10}, \frac{3}{10}, \frac{5}{9}) = (0.1, 0.3, 0.56)$$

$$\tilde{r}_{31} = \tilde{x}_{31} (/)\tilde{x}_1^+ = (\frac{3}{10}, \frac{5}{10}, \frac{7}{9}) = (0.3, 0.5, 0.78)$$

$$\tilde{r}_{23} = \tilde{x}_{23} (/)\tilde{x}_3^+ = (\frac{7}{10}, \frac{9}{10}, \frac{10}{9}) = (0.7, 0.9, 1.11)$$

$$\tilde{r}_{24} = \tilde{x}_{24} (/)\tilde{x}_4^- = (\frac{1}{9}, \frac{3}{7}, \frac{5}{5}) = (0.11, 0.43, 1)$$

⋮

بنابر این ماتریس نرمالیزه شده تصمیم عبارت است از :

$$D' = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (0.1, 0.3, 0.56) & (0.7, 1, 1.43) & (0.5, 0.7, 1) & (0.15, 0.6, 0.71) \\ (0.9, 1, 1.11) & (0.3, 0.56, 1) & (0.7, 0.9, 1.11) & (0.11, 0.43, 1) \\ (0.3, 0.5, 0.78) & (0, 0.11, 0.43) & (0.9, 1, 1.11) & (0.2, 1, 5) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

گام ۲ . بدست آوردن ماتریس نرمالیزه شده ی وزن دار .

محاسبه چند نمونه از درایه های این ماتریس ، در زیر نمایش داده شده است :

$$\tilde{v}_{11} = \tilde{r}_{11} (.)\tilde{w}_1 = (0.1, 0.3, 0.56)(.) (0.9, 1, 1) = (0.09, 0.3, 0.56)$$

$$\tilde{v}_{32} = \tilde{r}_{32} (.)\tilde{w}_2 = (0, 0.11, 0.43)(.) (0.5, 0.7, 0.9) = (0, 0.077, 0.387)$$

$$\tilde{v}_{14} = \tilde{r}_{14} (.)\tilde{w}_4 = (0.15, 0.6, 0.71)(.) (0.3, 0.5, 0.7) = (0.045, 0.3, 0.497)$$

⋮

بنابر این ماتریس تصمیم نرمالیزه شده ی وزن دار عبارت است از :

$$v = \begin{matrix} & \begin{matrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} (0.09,0.3,0.56) & (0.35,0.7,1.287) & (0.05,0.21,0.5) & (0.045,0.3,0.497) \\ (0.81,1,1.11) & (0.15,0.392,0.9) & (0.07,0.27,0.56) & (0.033,0.215,0.7) \\ (0.27,0.5,0.78) & (0,0.077,0.387) & (0.09,0.3,0.56) & (0.06,0.5,3.5) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

گام ۳. بدست آوردن جواب ایده آل مثبت که آن را با A^+ نشان داده و جواب ایده آل منفی که با A^- نمایش داده می شود .

در ابتدا باید $M(\tilde{v}_{ij})$ ها را محاسبه کرد . محاسبه چند نمونه از این مقادیر در زیر نشان داده شده است :

$$M(\tilde{v}_{21}) = \frac{-0.81 * 1 - 0.81^2 + 1.11^2 + 1 * 1.11}{3(1.11 - 0.81)} = 0.973$$

$$M(\tilde{v}_{34}) = \frac{-0.06 * 0.5 - 0.06^2 + 3.5^2 + 3.5 * 0.5}{3(3.5 - 0.06)} = 1.353$$

⋮

$$M = \begin{bmatrix} 0.317 & 0.779 & 0.253 & 0.281 \\ 0.973 & 0.481 & 0.3 & 0.316 \\ 0.517 & 0.155 & 0.317 & 1.353 \end{bmatrix}$$

(خانه های طوسی رنگ نشان دهنده ی بزرگترین رتبه ی هر ستون و خانه های زرد رنگ نشان دهنده ی کوچکترین رتبه ی هر ستون است .) بنابراین ایده آل مثبت و منفی به صورت زیر هستند :

$$A^+ = [(0.81, 1, 1.11), (0.35, 0.7, 1.287), (0.09, 0.3, 0.56), (0.06, 0.5, 3.5)]$$

$$A^- = [(0.09, 0.3, 0.56), (0, 0.077, 0.387), (0.05, 0.21, 0.5), (0.045, 0.3, 0.497)]$$

گام ۴. بدست آوردن اندازه ی فاصله ی هر گزینه نسبت به ایده ال مثبت و منفی (S_i^+, S_i^-) .

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{v}_1^+ = (0.81, 1, 1.11) \\ \tilde{v}_{11} = (0.09, 0.3, 0.56) \end{array} \right\} \Rightarrow D_{11}^+ = 1 - \frac{0.56 - 0.81}{1 + 0.56 - 0.81 - 0.3} = 1.56$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{v}_4^+ = (0.06, 0.5, 3.5) \\ \tilde{v}_{24} = (0.033, 0.215, 0.7) \end{array} \right\} \Rightarrow D_{24}^+ = 1 - \frac{0.7 - 0.06}{0.5 + 0.7 - 0.06 - 0.215} = 0.308$$

$$\vdots$$

$$\Downarrow$$

$$D^+ = \begin{bmatrix} 1.56 & 0 & 0.18 & 0.314 \\ 0 & 0.35 & 0.06 & 0.308 \\ 1.063 & 0.944 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{v}_1^- = (0.09, 0.3, 0.56) \\ \tilde{v}_{21} = (0.81, 1, 1.11) \end{array} \right\} \Rightarrow D_{21}^- = 1 - \frac{0.56 - 0.81}{1 + 0.56 - 0.81 - 0.3} = 1.56$$

$$\left. \begin{array}{l} \tilde{v}_3^- = (0.05, 0.2, 0.5) \\ \tilde{v}_{33} = (0.09, 0.3, 0.56) \end{array} \right\} \Rightarrow D_{33}^- = 1 - \frac{0.5 - 0.09}{0.3 + 0.5 - 0.09 - 0.21} = 0.18$$

$$\vdots$$

$$\Downarrow$$

$$D^- = \begin{bmatrix} 0 & 0.945 & 0 & 0 \\ 1.56 & 0.571 & 0.122 & 0.115 \\ 0.408 & 0 & 0.18 & 0.314 \end{bmatrix}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1^+ = 1.56 + 0.00 + 0.18 + 0.314 = 2.054 \\ S_2^+ = 0.00 + 0.359 + 0.06 + 0.308 = 0.727 \\ S_3^+ = 1.063 + 0.944 + 0.00 + 0.00 = 2.007 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} S_1^- = 0.00 + 0.945 + 0.00 + 0.00 = 0.945 \\ S_2^- = 1.56 + 0.571 + 0.122 + 0.115 = 2.368 \\ S_3^- = 0.408 + 0.00 + 0.18 + 0.314 = 0.902 \end{array} \right.$$

گام ۵. محاسبه ی نزدیکی نسبی هر گزینه به ایده آل ها (C_i^+).

$$C_1^+ = \frac{S_1^-}{S_1^- + S_1^+} = \frac{0.945}{0.945 + 2.054} = 0.315$$

$$C_2^+ = \frac{S_2^-}{S_2^- + S_2^+} = \frac{2.368}{2.368 + 0.727} = 0.765$$

$$C_3^+ = \frac{S_3^-}{S_3^- + S_3^+} = \frac{0.902}{0.902 + 2.007} = 0.310$$

گام ۶. رتبه بندی گزینه ها.

$$A_2 > A_1 > A_3$$

روش های maximin

روش کلاسیک maximin برای انتخاب یک جایگزین A^* به شکلی که :

$$A^* = \{A_i | \max_i \min_j x_{ij}\}, j=1, \dots, n; i=1, \dots, m$$

که در آن x_{ij} ها دارای ابعاد مشترک هستند ، استفاده می گردد .

اصطلاح "maximin" بیانگر انتخاب بیشینه ی (در میان جایگزین ها) کمینه ی (در میان خصوصیات) مقادیر است . در این وضعیت که در آن کارایی کلی یک جایگزین بوسیله ضعیف ترین یا بدترین خصوصیت تعیین می گردد ، یک تصمیم گیرنده مقادیر خصوصیات را برای هر جایگزین بررسی می کند و به پایین ترین مقدار برای هر جایگزین توجه نموده و سپس جایگزینی را با قابل قبول ترین مقدار در کمترین خصوصیت اش انتخاب می کند . در حالت کلی این روش تنها در صورتی که فرض شود تصمیم گیرنده دارای ماهیتی بد بینانه در شرایط تصمیم گیری است ، مقبول خواهد بود (هوانگ و یون [H13]).

منابع

Rita Almeida Ribeiro. Fuzzy Multiple Attribute Decision Making. Fuzzy sets & Systems. 1996